کنترل فرآیندها

۱ ـ یک تغییر پله‌ای به بزرگی ۴، وارد سیستمی با تابع انتقال زیر می‌شود، میزان درصد فرارفت و دوره تناوب نوسان کدام است؟

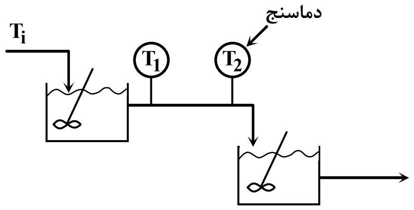
$$\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{۱۰}{S^{۲}+۱/۶S+۴}$$

(عدد $\pi = ۳$)

۱) ۲۷% و ۳/۴۲ ثانیه
۲) ۱۵% و ۳/۴۲ ثانیه
۳) ۲۷% و ۱/۷۱ ثانیه
۴) ۱۵% و ۱/۷۱ ثانیه

۲ ـ یک تانک گرمایشی با حجم $۲\times۱۰^{-۳}\ m^{۳}$ و دبی جرمی $۰/۴\frac{kg}{min}$ با تانک مشابه دیگری سری شده است. خروجی تانک اول طول ۲۰cm از لولهٔ ۴cm را طی می‌نماید تا به تانک دوم برسد، تابع تبدیل دمای خوانده شده توسط دماسنج که بین تانک اول و دوم واقع شده است به دمای اولیه ورودی کدام است؟

$\pi = ۳ \quad \rho_{water} = ۱۰۰۰\frac{ks}{m^{۳}}$



۱) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{e^{-۲s}}{۲s-۱}$

۲) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{۳/۲e^{-۰/۸s}}{۶s+۱}$

۳) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{e^{-۰/۶s}}{۵s+۱}$

۴) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{۱/۰۳e^{-۲s}}{۵s+۱}$

۳ ـ جواب معادله زیر کدام است؟

$$y''+۴y'+۳y=۰ \qquad y(۰)=۳\ ,\ y'(۰)=۱$$

۱) $y(t)=۲e^{-۳t}+۵e^{t}$
۲) $y(t)=e^{-۳t}-۵e^{-t}$
۳) $y(t)=-۲e^{-۳t}+۵e^{-t}$
۴) $y(t)=e^{-۳t}+۵e^{-t}$

۴ ـ تبدیل لاپلاس تابع زیر کدام است؟

$$f(t)=۲e^{۶tj}$$

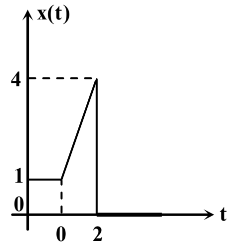
۱) $\frac{-۲}{(s+۶j)}$
۲) $\frac{۲j}{(s-۶j)}$
۳) $\frac{-۲j}{(s+۶j)}$
۴) $\frac{۲}{(s-۶j)}$

۵ ـ مقدار اولیه $\frac{df}{dt}+۲f-۱$ با توجه به تابع روبرو کدام گزینه می‌باشد؟

$$F(s)=\frac{+۲s^{۲}+۱}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱}$$

۱) صفر
۲) -۳
۳) ۱۲
۴) -۱

۶ ـ نمودار تابع $f(t)$ مطابق شکل زیر می‌باشد، معادله لاپلاس این تابع کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}[\frac{1-e^{-2s}}{s^2}]+(\frac{1-4e^{-2s}}{s})$

۲) $-\frac{3}{2}[\frac{1+e^{-2s}}{s}]+1-e^{-2s}$

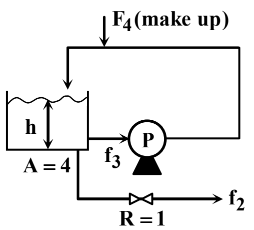
۳) $\frac{3}{2}[\frac{e^{-s}-e^{-2s}}{s^2}]-1+4e^{-2s}$

۴) $-1-e^{-2s}$

۷ ـ پیچش توابع cost و t کدام گزینه می‌باشد؟

۱) $t-\sin t$ ۲) $(t-x)\cos x$ ۳) $1-\cos t$ ۴) $t(1-\sin t)$

۸ ـ تابع تبدیل فرایند مقابل کدام گزینه است؟



۱) $\frac{H(s)}{F_3(s)}=\frac{2}{4s-1}$ ۲) $\frac{H}{F_4(s)}=\frac{2}{8s+1}$

۳) $\frac{H(s)}{F_4(s)}=\frac{1}{4s+1}$ ۴) $\frac{H(s)}{F_3(s)}=\frac{2}{8s+1}$

۹ ـ اگر در سیستم درجه اول تغییر سینوسی ایجاد شود و فرکانس تناوبی و پس فاز سیستم آن مطابق مقدار زیر باشد، زمان پاسخ کدام است؟

$f=\frac{1}{60\pi}(\frac{cycle}{s})$, $\varphi=-60^\circ$

۱) ۳۱/۴sec ۲) ۴۶/۶sec ۳) ۷۳/۶sec ۴) ۱۸۰/۴sec

۱۰ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح <u>نمی‌باشد</u>؟

۱) اگر با فرض ثوابت زمانی ثابت و یک تغییر، پله به هر دو سیستم تداخلی و غیرتداخلی وارد شود، سیستم تداخلی نسبت به سیستم غیرتداخلی پاسخ کندتر است.

۲) منحنی‌های مربوط به سیستم‌های تداخلی و غیرتداخلی به ورودی پله همواره غیرنوسانی است.

۳) منحنی‌های مربوط به پاسخ سیستم‌های تداخلی و غیرتداخلی به ورودی پله هموار S شکل است.

۴) پاسخ سیستم‌های تداخلی و غیرتداخلی به ورودی پله همواره دارای یک زمان مرده است.

۱۱ ـ تابع انتقال سیستمی معادل $G(s)=\frac{1}{(2s^2+as+1)(s+1)}$ می‌باشد، به سیستم ورودی ضربه‌ای واحد وارد می‌شود. به ازای چه مقادیری از a پاسخ سیستم: الف ـ نوسانی و واگرا و ب ـ نوسانی دائم خواهد بود؟

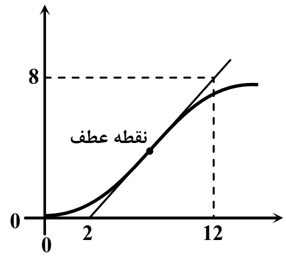
۱) الف ـ $a<0$، ب ـ $a<0$ ۲) الف ـ $a>0$، ب ـ $a>0$

۳) الف ـ $a=0$، ب ـ $a<0$ ۴) الف ـ $a<0$، ب ـ $a=0$

۱۲ ـ تابع تبدیل سیستم کنترلی معادل $G(s)=\frac{3}{6s^2+8s+3k}$ می‌باشد. در این سیستم هیچ گونه فرارفتی (over shoot) مجاز نمی‌باشد پارامتر k چه مقدار باشد تا سریع‌ترین پاسخ ممکن حاصل شود؟

۱) $\frac{8}{9}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{3}{7}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۱۳ ـ برای سیستمی با تابع انتقال $\frac{ke^{-t_d s}}{\tau s+1}$ به ازای ورودی پله‌ای به دامنه ۴ پاسخ زیر حاصل شده است. تابع انتقال سیستم کدام است؟



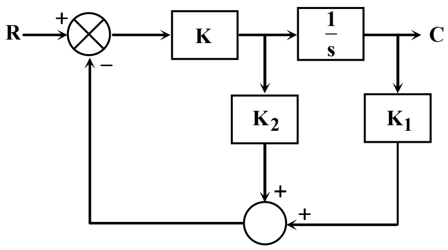
۱) $\frac{۴e^{-۲s}}{۱۰s+۱}$

۲) $\frac{۲e^{-۲s}}{۵s+۱}$

۳) $\frac{۲e^{-۲s}}{۱۰s+۱}$

۴) $\frac{۴e^{-۲s}}{۵s+۱}$

۱۴ ـ اگر تابع تبدیل حلقه بستهٔ سیستم زیر به صورت $\frac{۵}{s+۶}$ باشد، مقادیر $k_۱$ و $k_۲$ و k کدام است؟



۱) $k=۵\ ,\ k_۲=۰\ ,\ k_۱=\frac{۶}{۵}$

۲) $k=۵\ ,\ k_۲=\frac{۱}{۳}\ ,\ k_۱=\frac{۳}{۴}$

۳) $k=۳\ ,\ k_۲=\frac{۱}{۳}\ ,\ k_۱=\frac{۶}{۵}$

۴) $k=۳\ ,\ k_۲=۰\ ,\ k_۱=\frac{۶}{۵}$

۱۵ ـ اگر به یک سیستم کنترل مشتقی ـ انتگرالی ـ تناسبی یک تغییر ورودی معادل $\varepsilon(t)=۱$ وارد شود، پاسخ کنترل کننده کدام است؟

۱) $K_c(۱+\frac{t}{\tau_I})$

۲) $K_c(۱+\frac{t}{\tau_I}+\tau_D\delta(t))$

۳) $K_c(۱+\frac{t}{۲\tau_I}+\tau_D t)$

۴) $K_c(۱+\tau_D)$

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۱»

$$\frac{y_{(s)}}{x_{(s)}} = \frac{۲/۵}{۰/۲۵s^۲ + ۰/۴s + ۱} \Rightarrow \tau^۲ = ۰/۲۵ \rightarrow \tau = ۰/۵$$

$$۲\tau\xi = ۰/۴ \Rightarrow \xi = ۰/۴$$

$$O.S = \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{۱-\xi^۲}}\right) = ۰/۲۷ \times ۱۰۰ = ۲۷\%$$

$$T = \frac{۲\pi\tau}{\sqrt{۱-\xi^۲}} \Rightarrow T = ۳/۴۲$$

۲ ـ گزینه «۳»

در تانک اول $\dfrac{T_1(s)}{T_i(s)}=\dfrac{1}{\tau_1 s+1},\quad \tau_1=\dfrac{V}{q}\quad \Rightarrow \tau_1=\dfrac{1000\dfrac{kg}{m^3}\times 2\times 10^{-3}m^3}{0/4\dfrac{kg}{min}}$

$\tau_1=5(min)$

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)}=e^{-\tau_{d_1}s}\quad ,\quad \tau_{d_1}=\frac{V_{pipe}}{q}=\frac{2/4\times 10^{-4}m^3\times 1000\dfrac{kg}{m^3}}{0/4\dfrac{kg}{min}}$$

$$V_{pipe}=\frac{D^2}{4}\pi L=3\times\frac{16}{4}\times 20\times 10^{-4}\times 10^{-2}=240\times 10^{-6}$$

$$V_{pipe}=2/4\times 10^{-4}\,m^3\ \Rightarrow\ \tau_{d_1}=0/6\,min$$

$$\frac{T_2(s)}{T_i(s)}=\frac{e^{-0/6s}}{5s+1}$$

۳ ـ گزینه «۳»

$$\left.\begin{aligned}L\{y'(t)\}&=sY(s)-y(0)=sY(s)-3\\ L\{y''(t)\}&=s^2Y(s)-sy(0)-y'(0)=s^2Y(s)-3s-1\end{aligned}\right\}\Rightarrow s^2Y+4sY+3Y=3s+13$$

$$Y=\frac{3s+13}{(s+3)(s+1)}=\frac{-2}{s+3}+\frac{5}{s+1}$$

$$L^{-1}\{Y(s)\}=-2e^{-3t}+5e^{-t}$$

۴ ـ گزینه «۴»

$$F(s)=L[2e^{6tj}]=\int_0^{\infty}2e^{6tj}e^{-st}dt\ \Rightarrow\ F(s)=2\int_0^{\infty}e^{(6j-s)t}dt=2\left.\frac{e^{(6j-s)t}}{(6j-s)}\right|_0^{\infty}=\frac{2}{6j-s}(0-1)=\frac{2}{(s-6j)}$$

در رابطه بالا با این شرط که $(6t-s)<0$ یعنی $s>6j$ باشد تبدیل لاپلاس تابع نمایی به صورت بالا می‌باشد.

۵ ـ گزینه «۴»

$$\lim_{t\to ۰} f(t)=\lim_{s\to\infty} SF(s) \Rightarrow \lim_{t\to ۰}\frac{df}{dt}=\lim_{s\to\infty} S[SF(s)-f(۰)]$$

$$\lim_{t\to ۰} f(t)=\lim_{s\to\infty} SF(s) \Rightarrow \lim_{t\to ۰} f(t)=\lim_{s\to\infty}\frac{۲s^{۳}+s}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱}=۲$$

$$\lim_{t\to ۰}\frac{df}{dt}=\lim_{s\to\infty} S[SF(s)-f(۰)]=\lim_{s\to\infty} s[\frac{s(۲s^{۲}+۱)}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱}-۲]$$

$$\Rightarrow \lim_{t\to ۰}\frac{df}{dt}=\lim_{s\to\infty} S[\frac{۲s^{۳}+s}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱}-\frac{۲}{۱}]=\lim_{s\to\infty}[\frac{۲s^{۳}+s-۲s^{۳}-۴s^{۲}+۲}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱}]=\lim_{s\to\infty} s(\frac{-۴s^{۲}+s+۲}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱})=\lim_{s\to\infty}\frac{-۴s^{۳}+s^{۲}+۲}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱}=-۴$$

$$\frac{df}{dt}+۲f-۱=-۴+۴-۱=-۱$$

۶ ـ گزینه «۱»

$$x(t)=\begin{cases}\frac{۳}{۲}t+۱ & ۰<t<۲\\ ۰ & t>۲\end{cases}$$

$$x(t)=(\frac{۳}{۲}t+۱)u(t)-(\frac{۳}{۲}t+۱)u(t-۲)$$

$$x(t)=\frac{۳}{۲}t(u(t)-u(t-۲))+u(t)-u(t-۲)$$

$$x(t)=\frac{۳}{۲}tu(t)-\frac{۳}{۲}([(t-۲)+۲]u(t-۲))+u(t)-u(t-۲)$$

$$x(t)=\frac{۳}{۲}tu(t)-۳u(t-۲)-\frac{۳}{۲}(t-۲)u(t-۲)+u(t)-u(t-۲)$$

$$L[x(t)]=\frac{۳}{۲}\frac{۱}{s^{۲}}-\frac{۳e^{-۲s}}{s}-\frac{۳}{۲}\frac{e^{-۲s}}{s^{۲}}+\frac{۱}{s}-\frac{e^{-۲s}}{s}=\frac{۳}{۲}[\frac{۱-e^{-۲s}}{s^{۲}}]+\frac{۱-۴e^{-۲s}}{s}$$

۷ ـ گزینه «۳»

$$t\times\cos t=\int_{۰}^{t}(t-x)\cos x dx$$

$$\begin{cases}t-x=u\\ \cos x dx=dv\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-dx=du\\ \sin x=v\end{cases} \Rightarrow \int_{۰}^{t}(t-x)\cos x dx=((t-x)\sin x)\Big|_{۰}^{t}+\int_{۰}^{t}\sin x dx$$

$$=(+(t-x)\sin x)\Big|_{۰}^{t}-\cos x\Big|_{۰}^{t}=۰-(\cos t-۱)=۱-\cos t$$

۸ ـ گزینه «۳»

$$f_۴ - f_۲ = \frac{d(Ah)}{dt}, f_۲ = \frac{h}{R} \Rightarrow f_۴(t) - \frac{h(t)}{R} = A\frac{dh(t)}{dt}$$

برقراری موازنه جرم در حالت پایدار : $f_۴ - \frac{hs}{R} = ۰$

تغییر متغیر انحرافی$\Rightarrow \bar{f}_۴(t) - \frac{\bar{h}(t)}{R} = A\frac{d\bar{h}(t)}{dt} \Rightarrow$ تعیین تبدیل لاپلاس$\Rightarrow F_t(s) - \frac{H(s)}{R} = A[SH(s) - \bar{h}(۰)]$

$$\bar{h}(t = ۰) \Rightarrow F_۴(s) - \frac{H(S)}{R} = ASH(S) \Rightarrow \frac{H(S)}{F_۴(S)} = \frac{R}{ARS + ۱}$$

$$\frac{H(S)}{F_۴(S)} = \frac{R}{۴RS + ۱} = \frac{۱}{۴S + ۱}$$

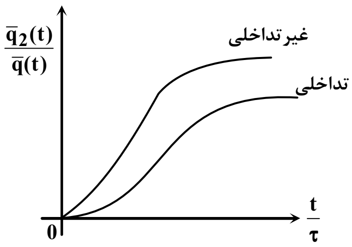
۹ ـ گزینه «۱»

منظور از فرکانس تناوبی مدت زمانی است که طول می‌کشد تا یک دوره نوسان کامل شود در این مثال زمان ۶۰π ثانیه طول می‌کشد تا یک چرخه کامل گردد می‌دانیم هر چرخه معادل ۳۶۰° یا $۲\pi(rad)$است.

$$\begin{matrix} ۳۶۰^\circ & ۶۰\pi \\ ۶۰^\circ & t \end{matrix} \Rightarrow \frac{۶۰^\circ \times ۶۰\pi}{۳۶۰} = ۱۰\pi = ۱۰ \times ۳/۱۴ = ۳۱/۴ sec$$

۱۰ ـ گزینه «۴»

ترسیم $\frac{\bar{q}_۲(t)}{\bar{q}(t)}$ نسبت به $\frac{t}{\tau}$



سیستم غیرتداخلی : $\xrightarrow{\tau_۱=\tau_۲=\tau} \frac{Q_۲(s)}{Q(s)}=(\frac{۱}{\tau s+۱})^۲ \rightarrow \Delta\bar{q}_۲(t)=۱-e^{\frac{-t}{\tau}}-\frac{t}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

سیستم تداخلی : $\xrightarrow{\tau_۱=\tau_۲=\tau} \frac{Q_۲(s)}{Q(s)}=\frac{۱}{(۰/۳۸\tau s+۱)(۲/۶۲\tau s+۱)}$

$$\bar{q}_۲(t)=۱+۰/۱۷e^{-\frac{t}{۰/۳۸\tau}}-۱/۱۷e^{-\frac{t}{۲/۶۲\tau}}$$

۱۱ ـ گزینه «۴»

$$G(s)=\frac{y_{(s)}}{x_{(s)}}\ ,\ x_{(s)}=۱ \Rightarrow y_{(s)}=\frac{۱}{(۲s^۲+as+۱)(s+۱)}$$

الف ـ چنانچه ریشه‌های مخرج معادله در سمت راست محور موهومی قرار بگیرند و ریشه‌ها دارای جز موهومی نیز باشند در این صورت پاسخ سیستم نوسانی و واگرا می‌باشد.

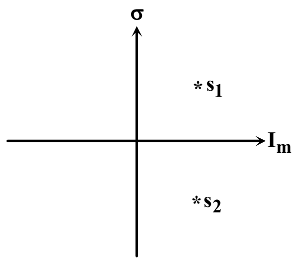
$$(۲s^۲+as+۱)(s+۱)=۰ \Rightarrow s_{۱,۲}=\frac{-a\pm\sqrt{a^۲-۸}}{۴}, s_۳=-۱$$

نوسانی : $a^۲-۸<۰ \Rightarrow a<۲\sqrt{۲}\ \ (۱)$

$\sqrt{a^۲-۸}=Aj \Rightarrow s_{۱,۲}=\frac{-a}{۴}\pm j\frac{A}{۴}$

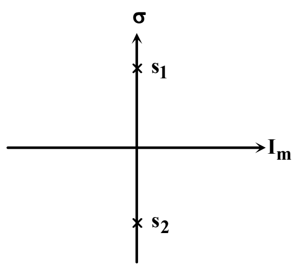
واگرا $\Rightarrow \frac{-a}{۴}>۰ \Rightarrow a<۰\quad (۲)$

$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow a<۰$



ب ـ چنانچه ریشه‌های مخرج معادله روی محور موهومی قرار بگیرند، در این صورت پاسخ سیستم نوسانی دائم می‌باشد.

نوسانی دائم $\Rightarrow \begin{cases} a^۲-۸<۰ \Rightarrow a<۲\sqrt{۲} \\ -\frac{a}{۴}=۰ \Rightarrow a=۰ \end{cases} \Rightarrow a=۰$



۱۲ ـ گزینه «۱»

در یک سیستم درجه دوم سریع‌ترین پاسخ بدون فرارفت معادل حالت میرای بحرانی $\xi = ۱$ می‌باشد. معادله تابع تبدیل را به فرم استاندارد نویسی می‌کنیم.

$$G(s) = \frac{\frac{۳}{۳k}}{\frac{۶}{۳k}s^۲ + \frac{۸}{۳k}s + ۱} = \frac{k_p}{\tau^۲ s^۲ + ۲\xi\tau s + ۱}$$

$$\begin{cases} \tau^۲ = \frac{۶}{۳k} = \frac{۲}{k} \Rightarrow \tau = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{۲k}}{k} \\ ۲\xi\tau = \frac{۸}{۳k} \Rightarrow \xi = \frac{۴}{۳k}\frac{k}{\sqrt{۲k}} = \frac{۴}{۳\sqrt{۲k}} = \frac{۴\sqrt{۲k}}{۶k} = \frac{۲\sqrt{۲k}}{۳k} \end{cases}$$

$$\xi = ۱ \Rightarrow ۲\sqrt{۲k} = ۳k \Rightarrow ۴(۲k) = ۹k^۲ \Rightarrow ۸k = ۹k^۲$$

$$۹k^۲ - ۸k = ۰ \qquad k(۹k - ۸) = ۰ \Rightarrow k = \frac{۸}{۹}$$

۱۳ ـ گزینه «۳»

$$\left.\begin{matrix} AK = ۸ \\ A = ۴ \end{matrix}\right\} \Rightarrow K = ۲$$

$$\left.\begin{matrix} \tau_d = ۲ \\ S = \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{۵} \\ \tau = \frac{۸}{\frac{۸}{۱۰}} = \frac{۸۰}{۸} = ۱۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{۲e^{-۲s}}{۱۰s + ۱}$$

۱۴ ـ گزینه «۱»

$$E = K(\frac{۱}{s})$$

$$F = (K\frac{۱}{s}K_۱) + (KK_۲)$$

$$\frac{C}{R} = \frac{E}{۱ + F} = \frac{\frac{k}{s}}{۱ + \frac{kk_۱}{s} + kk_۲} = \frac{k}{s + kk_۱ + kk_۲ s} = \frac{۵}{s + ۶}$$

$$k = ۵$$
$$kk_۲ + ۱ = ۱ \Rightarrow kk_۲ = ۰ \Rightarrow k_۲ = ۰$$

$$kk_۱ = ۶ \Rightarrow kk_۱ = ۶ \Rightarrow ۵k_۱ = ۶ \Rightarrow k_۱ = \frac{۶}{۵}$$

۱۵ ـ گزینه «۲»

$$\varepsilon = \frac{۱}{s}$$

$$x(s) = \frac{k_c}{s}(۱ + \frac{۱}{\tau_I s} + \tau_D s) \Rightarrow \overline{x}(t) = L^{-۱}[x(s)] = L^{-۱}[\frac{k_c}{s}] + L^{-۱}[\frac{k_c}{\tau_I s^۲}] + L^{-۱}[\frac{k_c \tau_D s}{s}]$$

$$\overline{x}(t) = k_c u(t) + \frac{k_c}{\tau_I} t + k_c \tau_D \delta(t) = k_c + \frac{k_c}{\tau_I} t + k_c \tau_D = k_c(۱ + \frac{t}{\tau_I} + \tau_D \delta(t))$$